



MATLAB®

فصل پانزدهم: جعبه‌ابزار Symbolic

۱۵-۱- مقدمه

با استفاده از جعبه‌ابزار Symbolic در متلب می‌توان عملیات ریاضی را بصورت تحلیلی انجام داد. موتور داخلی این جعبه ابزار در واقع از نرم‌افزار Maple گرفته شده است و در صورتیکه نرم‌افزار Maple بر روی ویندوز نصب شده باشد می‌توان از آن برای ارتباط مستقیم با این نرم‌افزار نیز استفاده کرد.

برای اطمینان از اینکه این جعبه‌ابزار (یا هر جعبه‌ابزار دیگری) به همراه متلب نصب شده است می‌توان از دستور `ver` استفاده کرد. این دستور لیستی از تمامی جعبه‌ابزارهای نصب شده در متلب را به همراه نسخه (version) آنها را نشان می‌دهد.

فصل پانزدهم: جعبه ابزار Symbolic

۱۵-۲- ایجاد عبارات و متغیرهای سیمبولیک

اگرچه اکثر توابع سیمبولیک متلب، بر روی رشته‌های کاراکتری بعنوان ورودی نیز می‌توانند کار کنند اما بهتر است عبارات ریاضی را ابتدا به نوع سیمبولیک تبدیل کنیم. برای اینکار کافی است از دستور `sym` یا `syms` در متلب استفاده کنیم:

تعریف یک متغیر سیمبولیک: `x = sym('x');`

تعریف دو متغیر سیمبولیک: `syms x y;`

`rho = sym('(1+sqrt(5))/2');`

`f = rho^2 - rho - 1`

فصل پانزدهم: جعبه‌ابزار Symbolic

۱۵-۲-۱- جایگذاری مقدار متغیر در عبارت سیمبولیک

با استفاده از تابع `subs` می‌توان یک متغیر را در عبارت سیمبولیک تغییر داد یا مقداردهی کرد:

```
syms x y z;
```

```
f= x^2 + 3*x + 4*y;
```

```
f=subs(f,x,z)
```

```
f=subs(f,y,3)
```

```
x=1;y=2;z=1:10;subs(f)
```

فصل پانزدهم: جعبه ابزار Symbolic

۱۵-۳- حساب دیفرانسیل و انتگرال

با استفاده از سیمبولیک می توان عملیات ریاضی زیر را در محیط
متلب انجام داد:

■ مشتق

■ حد

■ انتگرال

■ جمع سیمبولیک

■ سریهای تیلور

که هر یک در ادامه توضیح داده خواهد شد.

فصل پانزدهم: جعبه ابزار Symbolic

۱۵-۳-۱- مشتق

برای اینکار می توان از تابع `diff` بر روی عبارت سیمبولیک استفاده کرد. این تابع اگر با دو آرگومان بکار برده شود، آرگومان دوم که باید عدد باشد مرتبه مشتق را تعیین خواهد کرد.

مثال: مشتق تابع $f(x) = \sin(5x)$ را بدست آورید:

```
>>syms x ; %OR: x= sym('x')
```

```
>>f= sin(5*x);
```

```
>>df = diff(f)
```

```
ans =
```

```
5*cos(5*x)
```

نکته: نتیجه محاسبات سیمبولیک بر خلاف سایر محاسبات بدون تورفتگی نمایش داده می شود.

فصل پانزدهم: جعبه ابزار Symbolic

۱۵-۳-۱- مشتق - ادامه...

تمرین: مشتق اول و مشتق دوم تابع $g(x) = e^x \cos(x)$ را بدست آورید.

تمرین: مشتق تابع $f(x)=5$ را بدست آورید.

تمرین: مشتق چهارم تابع $h(x) = \tan(x^3)+3x^4-e^{\sin(x)}$ را بدست آورید و با استفاده از دستور `simplify` آنرا ساده کنید.

فصل پانزدهم: جعبه ابزار Symbolic

۱۵-۳-۱- مشتق - ادامه...

■ مشتق جزئی توابع چند متغیره: برای آنکه از یک تابع چند متغیره نسبت یکی از متغیرهای آن مشتق گرفته شود لازم است نام متغیر مورد نظر نیز به تابع `diff` داده شود.

مثال: تابع $f = \sin(s*t)$ را در نظر بگیرید و $\partial f / \partial t$ را بدست آورید.

```
syms s t;  
f = sin(s*t);  
dft = diff(f,t)  
dft =  
cos(s*t)*s
```

فصل پانزدهم: جعبه ابزار Symbolic

۱۵-۳-۱ - مشتق - ادامه...

■ متغیر پیش فرض: در جعبه ابزار سیمبولیک هرگاه بیش از یک متغیر در عبارتی بکار برده شده باشد و در اعمال یک تابع نام متغیر ذکر نشود متلب از متغیر پیش فرض استفاده خواهد کرد. برای شناسایی متغیر پیش فرض، متلب هر متغیری را که نام آن در حروف الفبای انگلیسی به حرف X نزدیکتر باشد. به عنوان متغیر پیش فرض در نظر می گیرد. البته بهتر است همیشه نام متغیر را در اینگونه توابع صریحا ذکر کنید.

مثال: در مثال قبلی اگر نام متغیر (یعنی t) را نیز در هنگام فراخوانی تابع diff ذکر نمی کردیم نتیجه تغییری نمی کرد.

تمرین: مشتق دوم f نسبت به S را در مثال قبلی محاسبه کنید. ($\partial^2 f / \partial s^2$)

تمرین: مشتق $g = x^n$ را بدست آورده سپس آنرا ساده کنید.

تمرین: ماتریس $A = [\cos(a*x), \sin(a*x); -\sin(a*x), \cos(a*x)]$

را در نظر بگیرید و مشتق آن نسبت به X را حساب کنید.

فصل پانزدهم: جعبه ابزار Symbolic

۱۵-۳-۲ حد

برای محاسبه حد یک عبارت در جعبه ابزار سیمبولیک از تابع `limit` استفاده می شود.

`LIMIT(F,x,a)`

حد F هنگامی که x به سمت a میل می کند.

`LIMIT(F,a)`

از تابع `findsym(F)` برای تعیین متغیر مستقل استفاده می کند

حد هنگامیکه متغیر مستقل به سمت صفر میل کند `LIMIT(F)`

`LIMIT(F,x,a,'right')` یا `LIMIT(F,x,a,'left')`

حدود راست و چپ

فصل پانزدهم: جعبه ابزار Symbolic

۱۵-۳-۲- حد-ادامه...

مثال: حد $f = \sin(x)/x$ را در $x=0$ حساب کنید:

```
syms x;
```

```
f= sin(x)/x;
```

```
f0=limit(f,x,0)
```

تمرین حد $(1 + x/n)^n$ هنگامیکه n به سمت بی نهایت میل می کند را محاسبه کنید.

فصل پانزدهم: جعبه ابزار Symbolic

۱۵-۳-۲ حد-ادامه...

تمرین: حدود زیر را حساب کنید:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{|x|}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{|x|}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{|x|}$$

فصل پانزدهم: جعبه ابزار Symbolic

۱۵-۳-۳- انتگرال

با استفاده از دستور `int` در متلب می توان انتگرال یک عبارت سیمبولیک را حساب کرد.

`int(f);`

انتگرال نامعین نسبت به متغیر پیش فرض

`int(f,x);`

انتگرال نامعین نسبت به متغیر x

`int(f,x,a,b);`

انتگرال معین در فاصله a و b

فصل پانزدهم: جعبه ابزار Symbolic

۱۵-۳-۳- انتگرال-ادامه...

مثال: انتگرال x^n را بدست آورید:

```
syms x n;  
int(x^n)  
ans =  
x^(n+1)/(n+1)
```

```
syms x  
int(1/x,x,1,2)  
ans =  
log(2)
```

$$\int_1^2 \frac{1}{x}$$

مثال: انتگرال زیر را حساب کنید:

فصل پانزدهم: جعبه ابزار Symbolic

۱۵-۳-۳- انتگرال-ادامه...

تمرین: انتگرالهای زیر را حساب کنید:

$$\int n^x dx$$

$$\int \sin(a \times \theta + b) dx$$

$$\int \frac{1}{1+u^2} du$$

$$\int_0^1 (\ln(x) \sqrt{x}) dx$$

$$\int_0^\infty e^{-x^2} dx$$

فصل پانزدهم: جعبه ابزار Symbolic

۱۵-۳-۴- جمع سیمبولیک

برای محاسبه مجموع عناصر یک سری از تابع `symsum` استفاده می شود:

`symsum(s,x,a,b)`

S: سری

X: متغیر

a,b: دامنه جمع زدن

مثال: جمع سری زیر را بدست آورید:

$$1 + x + x^2 + \dots$$

```
s=symsum(x^k,k,0,inf);
```

فصل پانزدهم: جعبه ابزار Symbolic

۱۵-۳-۴- جمع سیمبولیک-ادامه...

تمرین: سری زیر را محاسبه کنید:

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots$$

فصل پانزدهم: جعبه ابزار Symbolic

۱۵-۳-۵- سری تیلور

برای محاسبه سری تیلور هر تابع ریاضی از دستور **taylor** استفاده کنید:

$$\sum (x-a)^n \frac{f^{(n)}(a)}{n!}$$

taylor(f)

محاسبه سری تیلور مرتبه پنجم تابع **f** حول **a=0**

taylor(f,n)

محاسبه سری تیلور مرتبه **n** ام تابع **f** حول **a=0**

taylor(f,a)

محاسبه سری تیلور مرتبه پنجم تابع **f** حول **a**

taylor(f,x)

محاسبه سری تیلور نسبت به متغیر **x**

فصل پانزدهم: جعبه ابزار Symbolic

۱۵-۳-۵- سری تیلور-ادامه...

مثال: سری تیلور مرتبه ۸ تابع $f = 1/(5+4*\cos(x))$ را بدست آورید:

```
syms x;
```

```
f= 1/(5+4*cos(x))
```

```
T = taylor(f,8)
```

```
ans =
```

```
1/9+2/81*x^2+5/1458*x^4+49/131220*x^6
```

```
pretty(T) % نمایش واضح تر نتیجه
```

فصل پانزدهم: جعبه ابزار Symbolic

۱۵-۳-۵- سری تیلور-ادامه...

تمرین: نخستین ۱۲ جمله غیر صفر سری تیلور تابع

$g = \exp(x \cdot \sin(x))$ را حول نقطه ۲ بدست آورید و دقت تقریب را در دامنه ۱ تا ۳ از طریق ترسیم نتایج نشان دهید.

```
syms x
g = exp(x*sin(x));
t = taylor(g,12,2);
xd = 1:0.05:3; yd = subs(g,x,xd);
ezplot(t, [1,3]); hold on;
plot(xd, yd, 'r-.')
title('Taylor approximation vs. actual function');
legend('Taylor','Function')
```

فصل پانزدهم: جعبه ابزار Symbolic

۱۵-۳-۵- سری تیلور-ادامه...

تمرین: نمودار تابع $(3*x^2+6*x-1)/(x^2+x-3)$ را با استفاده از توابع `plot` و `ezplot` در دامنه $x=[-6,6]$ رسم کنید.
